



# G2. VECTEURS

*Algèbre du Déplacement — de Grassmann au calcul vectoriel*

<b>TABLE DES MATIÈRES</b>		
<b>1. NOTION DE VECTEUR ET COORDONNÉES</b>	<b>2</b>	<b>2. OPÉRATIONS SUR LES VECTEURS</b> <b>4</b>
1.1. Translation et vecteur . . . . .	2	2.1. Somme de deux vecteurs . . . . . 4
1.2. Coordonnées d'un vecteur dans un repère .	3	2.2. Produit d'un vecteur par un scalaire . . . . . 5
1.3. Norme d'un vecteur et distance . . . . .	3	2.3. Vecteur nul et vecteur opposé . . . . . 6
1.4. Égalité de deux vecteurs . . . . .	4	<b>3. APPLICATIONS</b> <b>6</b>
		3.1. Milieu d'un segment . . . . . 6
		3.2. Colinéarité . . . . . 7
		3.3. Parallélisme de droites et vecteur directeur. 8
		3.4. Approfondissement : le centre de gravité . . 9

## PARCOURS DU CHAPITRE

- **Essentiel** — Socle minimal : définitions, propriétés clés, méthode de base.
- ◆ **Approfondissement** — Démonstrations, exemples travaillés, exercices de synthèse.
- ★ **Excellence** — Extensions, liens inter-chapitres, DM et questions ouvertes.

**Documents associés :** [ACT-G2] Le langage du déplacement • [EXO-G2] La Gamme • [DM-G2] Le Cap Juste • [EVAL-G2] Synthèse



*Compagnon numérique du chapitre*

Quiz • Vidéos • Flashcards

*« La science de la grandeur extensive [...] constitue la  
branche générale de la mathématique à laquelle se  
rattachent toutes les autres branches. »*

*— Hermann Grassmann, Die lineale Ausdehnungslehre, 1844*

En 1844, Hermann Grassmann, un professeur de lycée à Stettin, propose une idée fondatrice : **tout déplacement dans le plan peut être décrit par un couple de nombres**, indépendamment du point de départ. Ce couple, qu'il appelle *grandeur extensive*, est ce que nous nommons aujourd'hui un **vecteur**.

Remarque

#### Parcours de travail

- ■ **Essentiel** : Sections 1, 2 et 3.1–3.3 (milieu, colinéarité, parallélisme)
- ♦ **Approfondissement** : + Section 3.4 (centre de gravité)
- ♦★ **Expert** : + Démonstrations complètes

Ce chapitre formalise cette idée : **comment décrire un déplacement par des coordonnées? Comment combiner des déplacements? Comment exploiter ces outils pour étudier l'alignement, le parallélisme et les milieux?**

## 1. NOTION DE VECTEUR ET COORDONNÉES

### 1.1. Translation et vecteur

On travaille dans un repère orthonormé  $(O; I, J)$  du plan.

#### DÉFINITION – TRANSLATION

La **translation** qui transforme le point  $A$  en le point  $B$  est la transformation qui, à tout point  $M$  du plan, associe l'unique point  $M'$  tel que  $[ABM'M]$  soit un parallélogramme (éventuellement aplati).

#### DÉFINITION – VECTEUR

Le **vecteur**  $\overrightarrow{AB}$  est l'objet mathématique qui caractérise la translation de  $A$  vers  $B$ . Il est défini par :

- sa **direction** (celle de la droite  $(AB)$ );
- son **sens** (de  $A$  vers  $B$ );
- sa **norme** (la longueur  $AB$ ).

On note également  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$ , etc. pour désigner des vecteurs sans préciser leurs extrémités.

#### PORTAIL ACT

ACT-G2 · Phases 1–4 ★★

Découverte des vecteurs par les translations. ■

*L'œuvre de Grassmann, ignorée de son vivant, est aujourd'hui reconnue comme fondatrice de l'algèbre linéaire.*

— Grassmann, 1844

#### OBJECTIFS

- ▷ Définir un vecteur
- ▷ Calculer ses coordonnées
- ▷ Caractériser l'égalité de deux vecteurs

#### ← PRÉREQUIS

*Repérage dans le plan*

*Coordonnées d'un point dans  $(O; I, J)$ .*

**Vecteur** : Du latin *vehere*, transporter : un vecteur transporte un point vers un autre.

## 1.2. Coordonnées d'un vecteur dans un repère

### DÉFINITION – COORDONNÉES D'UN VECTEUR

Soient  $A(x_A; y_A)$  et  $B(x_B; y_B)$  deux points du plan. Les **coordonnées** du vecteur  $\overrightarrow{AB}$  sont :

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$$

On note  $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  un vecteur de coordonnées  $x$  (abscisse) et  $y$  (ordonnée).

*Exemple – Reprise de l'activité*

Pour  $A(1; 2)$  et  $B(4; 5)$  :

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 4 - 1 \\ 5 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Le vecteur  $\overrightarrow{AB}$  traduit un déplacement de 3 unités vers la droite et 3 unités vers le haut.

*Les coordonnées d'un vecteur s'écrivent **en colonne**  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  : un déplacement, pas un lieu. Ne pas confondre avec les coordonnées d'un point  $M(x; y)$ .*

## 1.3. Norme d'un vecteur et distance

### DÉFINITION – NORME D'UN VECTEUR

Dans un repère orthonormé, la **norme** du vecteur  $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ , notée  $\|\vec{u}\|$ , est la longueur de tout représentant de  $\vec{u}$  :

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

*Exemple*

Pour  $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$  :

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

#### ÉCHO EXO

EXO-G2 · Ex. 1-2 ★★

Coordonnées de vecteurs et construction de points. ■

*Par le théorème de Pythagore, la norme est la longueur de l'hypoténuse du triangle rectangle de côtés  $|x|$  et  $|y|$ .*

### PROPRIÉTÉ – DISTANCE ENTRE DEUX POINTS

La distance entre deux points  $A(x_A; y_A)$  et  $B(x_B; y_B)$  est :

$$AB = \|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Exemple – Reprise de l'activité

Pour  $A(1; 2)$  et  $B(4; 5)$  :

$$AB = \sqrt{(4-1)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = \boxed{3\sqrt{2}}$$

ÉCHO EXO

EXO-G2 · Ex. 3 ★★

Norme et distance. ■

## 1.4. Égalité de deux vecteurs

PROPRIÉTÉ – CRITÈRE D'ÉGALITÉ

Deux vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{CD}$  sont égaux si et seulement si ils ont les mêmes coordonnées :

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \iff \begin{cases} x_B - x_A = x_D - x_C \\ y_B - y_A = y_D - y_C \end{cases}$$

Démonstration (critère d'égalité).

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$  signifie que la translation de  $A$  en  $B$  est la même que celle de  $C$  en  $D$ . Autrement dit,  $ABDC$  est un parallélogramme (éventuellement aplati). Cela équivaut à : les milieux de  $[AD]$  et  $[BC]$  coïncident, soit :

$$\frac{x_A + x_D}{2} = \frac{x_B + x_C}{2} \quad \text{et} \quad \frac{y_A + y_D}{2} = \frac{y_B + y_C}{2}$$

En simplifiant :  $x_D - x_C = x_B - x_A$  et  $y_D - y_C = y_B - y_A$ , c'est-à-dire l'égalité des coordonnées. ■

Remarque

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$  ne signifie **pas** que  $A = C$  et  $B = D$ . Cela signifie que le **déplacement** est identique, quel que soit le point de départ.

## 2. OPÉRATIONS SUR LES VECTEURS

### 2.1. Somme de deux vecteurs

DÉFINITION – SOMME

Soient  $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$  deux vecteurs. Leur **somme**  $\vec{u} + \vec{v}$  a pour coordonnées :

$$\vec{u} + \vec{v} \begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix}$$

JALON

Je sais calculer les coordonnées d'un vecteur et tester l'égalité de deux vecteurs.

OBJECTIFS

- ▷ Additionner deux vecteurs
- ▷ Multiplier un vecteur par un scalaire
- ▷ Utiliser la relation de Chasles

## PROPRIÉTÉ – RELATION DE CHASLES

Pour tous points  $A, B, C$  du plan :

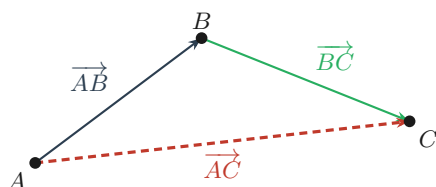
$$\boxed{\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}}$$

Démonstration (relation de Chasles).

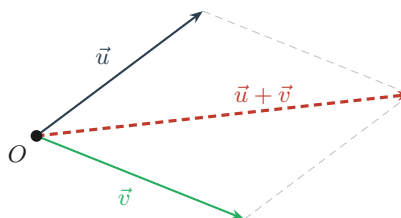
Posons  $A(x_A; y_A)$ ,  $B(x_B; y_B)$ ,  $C(x_C; y_C)$ . Alors : Les coordonnées de  $\vec{AB} + \vec{BC}$  sont :

$$\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (x_B - x_A) + (x_C - x_B) \\ (y_B - y_A) + (y_C - y_B) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix}$$

Or ce sont exactement les coordonnées de  $\vec{AC}$ , d'où  $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$ .  
Les termes intermédiaires  $x_B$  et  $y_B$  se simplifient : on téléscopise la somme. ■



Bout à bout (Chasles)



Parallélogramme

Deux visions de la même opération : bout à bout (enchaîner les déplacements) ou parallélogramme (déplacements simultanés depuis la même origine).

Exemple

Avec  $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$  : La somme  $\vec{u} + \vec{v}$  a pour coordonnées :

$$\begin{pmatrix} 3 + (-1) \\ 1 + 2 \end{pmatrix} = \boxed{\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}}$$

## 2.2. Produit d'un vecteur par un scalaire

### DÉFINITION – PRODUIT PAR UN SCALAIRE

Soit  $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  un vecteur et  $k$  un réel. Le **produit** de  $\vec{u}$  par  $k$  est le vecteur :

$$\boxed{k\vec{u} \begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}}$$

#### ÉCHO EXO

EXO-G2 · Ex. 3 ★★

Opérations : somme, Chasles, combinaisons. ■

Le mot scalaire désigne ici un nombre réel, par opposition au vecteur qui est un objet géométrique.

### PROPRIÉTÉ – PROPRIÉTÉS DU PRODUIT PAR UN SCALAIRE

Pour tous vecteurs  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  et tous réels  $k, k'$  :

- $k(\vec{u} + \vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v}$  (distributivité sur les vecteurs)
- $(k + k')\vec{u} = k\vec{u} + k'\vec{u}$  (distributivité sur les scalaires)
- $k(k'\vec{u}) = (kk')\vec{u}$  (associativité)
- $1 \cdot \vec{u} = \vec{u}$  et  $0 \cdot \vec{u} = \vec{0}$

Exemple

Avec  $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$  :

$$2\vec{u} - 3\vec{v} = 2 \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \end{pmatrix} = \boxed{\begin{pmatrix} 9 \\ -4 \end{pmatrix}}$$

## 2.3. Vecteur nul et vecteur opposé

### DÉFINITION – VECTEUR NUL ET VECTEUR OPPOSÉ

- Le **vecteur nul**  $\vec{0} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ . Pour tout point  $A$  :  $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$ .
- L'**opposé** de  $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  est le vecteur  $-\vec{u} \begin{pmatrix} -x \\ -y \end{pmatrix}$ . On a  $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$ .
- $\vec{u} + (-\vec{u}) = \vec{0}$ , autrement dit :  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$ .

## 3. APPLICATIONS

### 3.1. Milieu d'un segment

#### PROPRIÉTÉ – CARACTÉRISATION VECTORIELLE DU MILIEU

$M$  est le milieu du segment  $[AB]$  si et seulement si :

$$\boxed{\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}}$$

#### PROPRIÉTÉ – COORDONNÉES DU MILIEU

Le milieu  $M$  du segment  $[AB]$ , avec  $A(x_A; y_A)$  et  $B(x_B; y_B)$ , a pour coordonnées :

$$\boxed{M \left( \frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2} \right)}$$

Démonstration (formule du milieu).

$M$  est le milieu de  $[AB]$  signifie que  $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$ . En coordonnées, si

#### ÉCHO EXO

EXO-G2 · Ex. 3-4 ★★

Combinaisons linéaires et milieux. ■

Cette combinaison linéaire  $k\vec{u} + k'\vec{v}$  est l'outil fondamental : elle permet de fabriquer tout vecteur du plan à partir de deux vecteurs non colinéaires.

#### JALON

Je sais additionner des vecteurs, multiplier par un scalaire et utiliser la relation de Chasles.

#### OBJECTIFS

- ▷ Calculer le milieu d'un segment
- ▷ Tester la colinéarité
- ▷ Étudier l'alignement et le parallélisme

$$M(x_M; y_M) : \begin{pmatrix} x_M - x_A \\ y_M - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_B - x_M \\ y_B - y_M \end{pmatrix}$$

D'où  $x_M - x_A = x_B - x_M$ , soit  $2x_M = x_A + x_B$ , donc  $x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$ .  
De même pour  $y_M$ . ■

*Exemple*

Le milieu de  $[AB]$  avec  $A(1; 2)$  et  $B(4; 5)$  est :

$$M\left(\frac{1+4}{2}; \frac{2+5}{2}\right) = \boxed{M\left(\frac{5}{2}; \frac{7}{2}\right)}$$

*Remarque*

Si  $M$  est le milieu de  $[AB]$ , on a aussi :

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

Plus généralement, pour tout point  $O$  du plan :  $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$ . Cette dernière relation se généralise au centre de gravité (section 3.4).

ÉCHO EXO

EXO-G2 · Ex. 4 ★★

Milieux et médiane d'un triangle. ■

### 3.2. Colinéarité

#### DÉFINITION – VECTEURS COLINÉAIRES

Deux vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont **colinéaires** si l'un est un multiple de l'autre, c'est-à-dire s'il existe un réel  $k$  tel que  $\vec{v} = k\vec{u}$  (ou  $\vec{u} = \vec{0}$ ).

#### DÉFINITION – DÉTERMINANT DE DEUX VECTEURS

Soient  $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  et  $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$  deux vecteurs. On appelle **déterminant** des vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  le nombre réel :

$$\det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} = xy' - x'y$$

#### PROPRIÉTÉ – CRITÈRE DE COLINÉARITÉ

Deux vecteurs  $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  et  $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$  sont colinéaires si et seulement si :

$$\boxed{\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0 \quad \text{c'est-à-dire} \quad xy' - x'y = 0}$$

Le déterminant  $\det(\vec{u}, \vec{v})$  mesure l'aire orientée du parallélogramme construit sur  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$ . Si cette aire est nulle, le parallélogramme est écrasé : les vecteurs sont alignés.

*Démonstration (critère de colinéarité).*

Si  $\vec{u} = \vec{0}$ , alors  $x = y = 0$  et  $xy' - x'y = 0$  : le critère est vérifié.

Supposons  $\vec{u} \neq \vec{0}$ , par exemple  $x \neq 0$ . Alors  $\vec{v} = k\vec{u}$  équivaut à

$x' = kx$  et  $y' = ky$ , soit  $k = \frac{x'}{x} = \frac{y'}{y}$  (si  $y \neq 0$ ). En chassant les dénominateurs :  $xy' = x'y$ , donc  $xy' - x'y = 0$ .

Réciproquement, si  $xy' - x'y = 0$  et  $x \neq 0$ , posons  $k = \frac{x'}{x}$ . Alors  $xy' = x'y = kxy$ , d'où  $y' = ky$  : on a bien  $\vec{v} = k\vec{u}$ . ■

#### PROPRIÉTÉ – ALIGNEMENT DE TROIS POINTS

Trois points  $A, B, C$  sont alignés si et seulement si les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$  sont colinéaires.

*Exemple*

$A(1; 2), B(3; 5), C(7; 11)$ . On a  $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 6 \\ 9 \end{pmatrix}$ .

$$\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 3 & 9 \end{vmatrix} = 2 \times 9 - 3 \times 6 = 18 - 18 = 0$$

Les vecteurs sont colinéaires :  $A, B, C$  sont **alignés**. En effet,  $\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AB}$ .

### 3.3. Parallélisme de droites et vecteur directeur

#### DÉFINITION – VECTEUR DIRECTEUR

Un vecteur  $\vec{u} \neq \vec{0}$  est un **vecteur directeur** d'une droite  $d$  s'il existe deux points  $A, B$  de  $d$  tels que  $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ .

#### PROPRIÉTÉ – CRITÈRE DE PARALLÉLISME

Deux droites  $d$  et  $d'$  de vecteurs directeurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont **parallèles** si et seulement si  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont **colinéaires**.

*Exemple*

La droite  $d : y = 2x + 1$  a pour vecteur directeur  $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ .

La droite  $d' : y = 2x - 3$  a pour vecteur directeur  $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ .

On a  $\vec{u} = \vec{v}$  donc  $d \parallel d'$ . C'est cohérent : elles ont le même coefficient directeur  $m = 2$ .

*Remarque*

Le critère vectoriel de parallélisme fonctionne **aussi** pour les droites verticales, contrairement à la comparaison des pentes. La droite verticale  $x = 3$  a pour vecteur directeur  $\vec{u} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

#### JALON

Je sais tester si des vecteurs sont colinéaires et si des points sont alignés.

#### SUITE →

Équations de droites (G1)

Si  $d : y = mx + p$ , alors  $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}$  est un vecteur directeur de  $d$ .

Exemple – Lien avec l'équation cartésienne (G1)

La droite  $d : 2x - 3y + 6 = 0$  est de la forme  $ax + by + c = 0$  avec  $a = 2, b = -3, c = 6$ .

Un vecteur directeur de  $d$  est  $\vec{u} \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ , soit ici  $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ .

On retiendra : pour  $ax + by + c = 0$ , le vecteur  $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$  dirige la droite.

### 3.4. Approfondissement : le centre de gravité

◆★ Cette section est optionnelle. Elle présente une application élégante de la somme de vecteurs.

#### PROPRIÉTÉ – CENTRE DE GRAVITÉ D'UN TRIANGLE

Soit  $ABC$  un triangle avec  $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B), C(x_C; y_C)$ . Le point :

$$G \left( \frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \right)$$

vérifie  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$ . C'est le **centre de gravité** (ou isobary-centre) du triangle.

Remarque

Le centre de gravité est le point d'intersection des trois médianes du triangle.

La relation  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$  traduit un équilibre parfait : les trois « forces »  $\vec{GA}, \vec{GB}, \vec{GC}$  se compensent.

#### VISA EVAL

EVAL-G2 · Ex. 3 ★★★

Vecteur directeur et parallélisme de droites. ◆◆

#### CIBLE DA

DM-G2 · Parties I-II ★★★

Navigation vectorielle : composition de déplacements. ◆

#### JALON

Je sais déterminer un vecteur directeur et étudier le parallélisme de deux droites.

#### ÉCHO EXO

EXO-G2 · Ex. 7-8 ★★★★★

Centre de gravité et décomposition vectorielle. ◆★

## MÉMENTO

### FORMULAIRE

**Coordonnées d'un vecteur :**  $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$

**Égalité :**  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \iff$  mêmes coordonnées

**Somme :**  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+x' \\ y+y' \end{pmatrix}$       **Chasles :**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

**Produit :**  $k \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$

**Milieu :**  $M \left( \frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2} \right)$

**Norme :**  $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$       **Distance :**  $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

**Colinéarité :**  $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \parallel \vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \iff \det(\vec{u}, \vec{v}) = xy' - x'y = 0$

**Parallélisme :**  $d \parallel d' \iff$  vecteurs directeurs colinéaires

**Alignement :**  $A, B, C$  alignés  $\iff \overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$  colinéaires

### Attention

Ne pas confondre coordonnées d'un **point**  $M(x; y)$  et coordonnées d'un **vecteur**  $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ . Un point est un *lieu*, un vecteur est un *déplacement*.